www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه سالی – واحدی (۲۰ نمره ای)		تاریخ امتحان: ۱۳۸۳/۰۶/ ۲۱	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت **شهریور ماه** سال ۸۳		سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش وارزشیابی تحصیلی متوسطه	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	با استفاده از اصل استقرا ثابت کنید که برای هر عدد طبیعی n ، $۴^n + ۵$ بر ۳ بخش پذیر است. $۴^n + ۵ = ۳r$	۱/۵
۲	با استفاده از استدلال استنتاجی نشان دهید ، اگر از مربع یک عدد فرد یک واحد کم کنیم یک عدد زوج حاصل می شود .	۱
۳	برای هر دو عدد حقیقی و مثبت x و y ثابت کنید : $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\geq ۲$	۱
۴	اگر n عدد طبیعی و $n^۲$ مضرب ۳ باشد آنگاه نشان دهید که n مضرب ۳ است . (برهان خلف)	۱/۲۵
۵	از ۱۸۵ نفر دانش آموزان یک مدرسه دخترانه حداقل چند نفر دانش آموز در یک روز هفته متولد شده اند ؟ چرا ؟	۱
۶	الف) مجموعه‌ی A را که با گزاره نما نوشته شده با نوشتن اعضا نشان دهید . $A=\{x\in z \mid \quad \lvert x\rvert\langle ۳\}$ (الف ب) مجموعه B را با استفاده از یک گزاره نما بنویسید . $B=\{ ۱-\sqrt{۲} , ۱+\sqrt{۲} \}$ (ب	۱
۷	به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید : $A-(B\cup C)=(A-B)-C$	۱/۲۵
۸	اگر $A=\{x \mid x\in R \quad x\langle ۲\}$ و $B=\{x \mid x\in R \quad x\geq ۱\}$ باشند نمودارحاصلضرب دکارتی $A\times B$ را رسم کنید .	۰/۷۵
۹	نمودار رابطهٔ $R=\{(x,y)\in R^۲ \mid x^۲+y^۲\leq ۴ \quad , y\geq x^۲\}$ را در دستگاه مختصات رسم کنید .	۰/۷۵
۱۰	رابطه‌ی R در $R^۲$ به صورت رو به رو تعریف شده است : $(a,b)R(c,d)\Leftrightarrow a^۲+b^۲=c^۲+d^۲$ الف) ثابت کنید R یک رابطهٔ هم ارزی است . ب) کلاس هم ارزی $[(۱,۲)]$ را مشخص کنید .	۱/۵
۱۱	خانواده ای دارای ۳ فرزند است . الف) فضای نمونه ای مناسب برای ترکیب جنسیت فرزندان این خانواده چیست ؟ ب)پیشامد A که در آن فقط دو فرزند پسر باشد را مشخص کنید . پ) پیشامد B که در آن فقط فرزند اول دختر باشد . ت) پیشامد $A\cup B$. **ادامه‌ی سؤالات در صفحه‌ی دوم**	۲

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه سالی – واحدی (۲۰ نمره ای)		تاریخ امتحان: ۱۳۸۳/۰۶/ ۲۱	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت **شهریور ماه** سال ۸۳		سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش وارزشیابی تحصیلی متوسطه	

۱۲	تمام ترکیبات دو رقمی مجموعهٔ اعداد $\{1,2,5\}$ را روی کارتهای مختلف نوشته (هر ترکیب روی یک کارت)و پس از مخلوط کردن کارتها، یک کارت را بطور تصادفی برمی داریم احتمال آن که روی این کارت عدد۵ باشد چیست؟ (تکرار ارقام مجاز نیست).	۱/۵
۱۳	مکعبی سالم (همگن) که سه وجه آن قرمز و سه وجه دیگر آن زرد است را ۱۰ بار پرتاب می کنیم ، احتمال اینکه ۵ بار وجه روشده مکعب ، زرد باشد ، چقدر است ؟	۱
۱۴	تاسی به گونه ای ساخته شده است که احتمال آمدن هر عدد غیر اول دو برابر احتمال آمدن هر عدد اول است اگر در یک پرتاب این تاس پیشامد $A=\{2,4,5\}$ باشد ، $P(A)$ را محاسبه کنید.	۱/۵
۱۵	دو عدد حقیقی به طور تصادفی بین ۰ و ۲ به تصادف انتخاب می شوند . مطلوبست احتمال اینکه مجموع این دو عدد بین ۱ و ۳ باشد .	۱/۲۵
۱۶	عددی به تصادف از مجموعهٔ $\{1,2,3,.....,1000\}$ انتخاب می کنیم احتمال اینکه : الف) عدد انتخابی بر ۳ بخش پذیر باشد ، اما بر ۵ بخش پذیر نباشد ، چقدر است ؟ ب) عدد انتخابی نه بر۳ و نه بر ۵ بخش پذیر باشد ، چقدر است ؟	۱/۷۵
	« موفق باشید »	جمع نمرات ۲۰

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **جبر و احتمال**	رشته: **ریاضی و فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه سالی – واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۳/۰۶/ ۲۱
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت شهریور ماه سال ۸۳	**سازمان آموزش و پرورش شهر تهران** **کارشناسی سنجش وارزشیابی تحصیلی متوسطه**

ردیف	راهنمای تصحیح
۱	$\begin{cases} P(1): 4^1+5=3r \quad 9=3r \quad (0/25) \\ P(K): 4^K+5=3r \quad (0/25) \end{cases}$ $P(K+1): 4^{K+1}+5=3r'$ حکم استقرا $(0/25)$ اثبات :طرفین فرض را در عدد ۴ ضرب می کنیم $4(4^K+5=3r) \Rightarrow 4^{K+1}+20=4(3r)$ $4^{K+1}+5+15=4(3r) \Rightarrow 4^{K+1}+5=4(3r)-15$ $4^{K+1}+5=3(4r-5) \Rightarrow 4^{K+1}+5=3r' \quad (0/75)$
۲	$x=2k+1 \Rightarrow x^2-1=(2k+1)^2-1 \Rightarrow x^2-1=4k^2+4k+1-1$ $x^2-1=4k^2+4k \Rightarrow x^2-1=2\left(2k^2+2k\right) \Rightarrow x^2-1=2k' \quad (1)$
۳	$(x-y)^2 \geq 0 \quad (0/25) \Rightarrow x^2+y^2-2xy \geq 0 \Rightarrow$ $x^2+y^2 \geq 2xy \xrightarrow[xy \text{ تقسیم می کنیم}]{\text{طرفین نا معادله را بر}} \frac{x^2+y^2}{xy} \geq \frac{2xy}{xy} (0/25)$ $\frac{x^2}{xy}+\frac{y^2}{xy} \geq 2 \quad (0/25) \Leftrightarrow \frac{x}{y}+\frac{y}{x} \geq 2 \quad (0/25)$
٤	از برهان خلف استفاده می کنیم و می گوییم اگر n مضرب ۳ نباشد پس (۰/۲۵) $n=3k+1 \Rightarrow n^2=(3K+1)^2 \Rightarrow n^2=9K^2+6K+1 \Rightarrow n^2=3(3k^2+2k)+1 \Rightarrow n^2 \neq 3k' (0/5)$ $n=3k+2 \Rightarrow n^2=(3K+2)^2 \Rightarrow n^2=9k^2+12k+4 \Rightarrow n^2=3(3k^2+4k+1)+1 \Rightarrow n^2 \neq 3K' \quad (0/5)$ هر دو رابطهٔ اخیر خلاف فرض هستند پس حکم برقرار است .
٥	اگر دانش آموزان را به منزلهٔ کبوتر و روزهای هفته را به منزلهٔ لانه کبوتر در نظر بگیریم(۰/۲۵) پس ۷⟨۱۸۵ طبق اصل لانه کبوتر(۰/۲۵) $185 \left\| \begin{matrix} 7 \\ \hline 26 \end{matrix} \right. (0/25) \quad 26+1=27 \ (0/25)$ پس حداقل ۲۷ دانش آموز در یک روز هفته متولد شده اند .
٦	الف : $A=\{x \in z \mid -3\langle x\langle 3\} \Rightarrow A=\{-2,-1,0,1,2\} \ (0/5)$ ب : $B=\{x \in R \mid x^2-2x-1=0\} \ (0/5)$

ادامه در صفحه‌ی دوم

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **جبر و احتمال**	رشته: **ریاضی و فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه سالی – واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: **۱۳۸۳/۰۶/ ۲۱**
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت شهریور ماه سال ۸۳	**سازمان آموزش و پرورش شهر تهران** **کارشناسی سنجش وارزشیابی تحصیلی متوسطه**

۷

طرف اول $= A-(B\cup C) =$

$A\cap(B\cup C)'$ (۰/۲۵)=

$A\cap(B'\cap C')$ (۰/۲۵)=

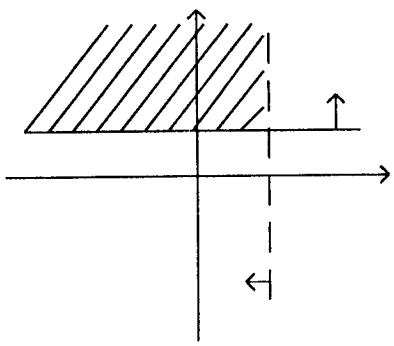
$(A\cap B')\cap C'$ (۰/۲۵)=

$(A-B)\cap C'$ (۰/۲۵)=

$(A-B)-C$ (۰/۲۵) = طرف دوم

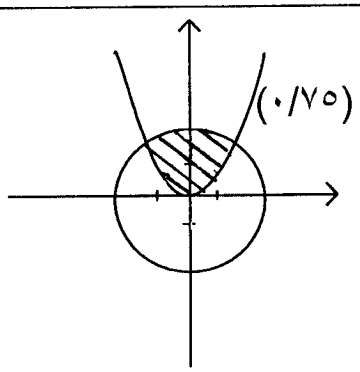
۸

$A\times B=\{(x,y)\mid x<۲\ ,\ y\geq ۱\}$



(۰/۷۵)

۹



$$\begin{cases} x^۲+y^۲\leq ۴ \\ y\geq x^۲ \end{cases}$$

ادامه در صفحه‌ی سوم

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **جبر و احتمال**	رشته: **ریاضی و فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه سالی – واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۳/۰۶/ ۲۱
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت **شهریور ماه** سال ۸۳	**سازمان آموزش و پرورش شهر تهران** **کارشناسی سنجش وارزشیابی تحصیلی متوسطه**

۱۰

$(a,b)R(a,b) \Leftrightarrow a^2+b^2=a^2+b^2$ (۱) (۰/۲۵)

$\begin{cases}(a,b)R(c,d)\Rightarrow(c,d)R(a,b) & (۰/۲۵)\\ a^2+b^2=c^2+d^2\Rightarrow c^2+d^2=a^2+b^2\end{cases}$ (۲)

$\begin{cases}(a,b)R(c,d)\text{و}(c,d)R(e,f)\Rightarrow(a,b)R(e,f)\\ \begin{cases}a^2+b^2=c^2+d^2\\ c^2+d^2=e^2+f^2\end{cases}\Rightarrow a^2+b^2=e^2+f^2\end{cases}$ (۰/۲۵) (۳)

از ۱و۲و۳ نتیجه می گیریم که R یک رابطهٔ هم ارزی است (۰/۲۵)

$[(۱,۲)]=\{(x,y)\mid(x,y)R(۱,۲)\}=\{x^2+y^2=۱^2+۲^2\}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow[(۱,۲)]=\{x^2+y^2=۵\}$ (۰/۲۵)

۱۱

الف: $S=\{$(د ، د ، د) ،(پ ، د ، د) ،(پ ، پ ، د) ، (د ، پ ، د) ،(پ ، د ، پ) ، (د ، د ،پ) ،(پ ،پ ،پ) ، (د،پ ،پ) $\}$ (۱)

ب: $A=\{$(پ،پ،د) ، (پ ، د، پ) ، (د ،پ،پ) $\}$ (۰/۵)

پ: $B=\{$(پ ، پ،د) $\}$ (۰/۲۵) ت : $A\cup B=\{$(پ،پ،د)، (پ ،د،پ)، (د،پ،پ) $\}$ (۰/۲۵)

۱۲

$S=\{۱۲,۱۵,۲۱,۲۵,۵۱,۵۲\}$ (۰/۵) $n(s)=۶$

$A=\{۱۵,۲۵,۵۱,۵۲\}$ (۰/۵) $n(A)=۴$ $P(A)=\frac{۴}{۶}=\frac{۲}{۳}$ (۰/۵)

۱۳

$S=\{$ رنگ وجه مکعب قرمز و رنگ وجه مکعب زرد $\}$

p (رنگ وجه مکعب زرد) $=\frac{۱}{۲}$ (۰/۲۵) p (رنگ وجه مکعب قرمز) $=\frac{۱}{۲}$ (۰/۲۵)

p (۵ بار مشاهده رنگ زرد) $=\frac{\binom{۱۰}{۵}}{۲^{۱۰}}$ (۰/۵)

۱۴

$P(۲)=P(۳)=P(۵)=W$ $P(۱)=P(۴)=P(۶)=۲W$ (۰/۲۵)

$P(۱)+P(۲)+P(۳)+P(۴)+P(۵)+P(۶)=۱$ (۰/۲۵)

$۲W+W+W+۲W+W+۲W=۱$ (۰/۲۵) $\Rightarrow ۹W=۱ \Rightarrow W=\frac{۱}{۹}$ (۰/۲۵)

$P(۲)=P(۳)=P(۵)=\frac{۱}{۹}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow P(A)=P(۲)+P(۴)+P(۵)=\frac{۱}{۹}+\frac{۲}{۹}+\frac{۱}{۹}=\frac{۴}{۹}$ (۰/۲۵)

ادامه در صفحه‌ی چهارم

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

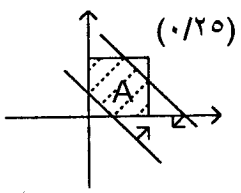
راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **جبر و احتمال**	رشته: **ریاضی و فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه سالی – واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: **۱۳۸۳/۰۶/ ۲۱**
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت شهریور ماه سال ۸۳	**سازمان آموزش و پرورش شهر تهران** **کارشناسی سنجش وارزشیابی تحصیلی متوسطه**

۱۵

$S=\{(x,y)\in R^2 \mid 0\le x\le 2\ ,\ 0\le y\le 2\}$ $\qquad A=\{(x,y)\in R^2 \mid 1\le x+y\le 3\}$

$a(s)=2\times 2=4$ (۰/۲۵)

$\begin{cases} x+y\ge 1 \\ x+y\le 3 \end{cases}$



(۰/۲۵)

$a(A)=4-\left(\frac{1\times 1}{2}+\frac{1\times 1}{2}\right)=4-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)$ (۰/۲۵)

$a(A)=3$ (۰/۲۵)

$P(A)=\frac{a(A)}{a(s)}=\frac{3}{4}$ (۰/۲۵)

۱۶

الف) $n(A)=\left[\frac{1000}{3}\right]=333 \longrightarrow P(A)=\frac{333}{1000}$ (۰/۲۵)

$n(B)=\left[\frac{1000}{5}\right]=200 \longrightarrow P(B)=\frac{200}{1000}$ (۰/۲۵)

$n(A\cap B)=\left[\frac{1000}{15}\right]=66 \longrightarrow P(A\cap B)=\frac{66}{1000}$ (۰/۲۵)

$P(A\cap B')=P(A)-P(A\cap B)\xrightarrow{(0/25)} P(A\cap B')=\frac{333}{1000}-\frac{66}{1000}=\frac{267}{1000}$ (۰/۲۵)

ب) $P(A\cup B)=\frac{333}{1000}+\frac{200}{1000}-\frac{66}{1000}=\frac{467}{1000}$ (۰/۲۵)

$P(A'\cap B')=P(A\cup B)'=1-P(A\cup B)=1-\frac{467}{1000}=\frac{533}{1000}$ (۰/۲۵)

مصححین محترم با عرض سلام و خسته نباشید

لطفا برای پاسخهای درست دیگر ، بارم را به تناسب تقسیم فرمائید .

با تشکر

www.alm.loxblog.com